CHAPITRE 5

PLANS INCLINES ET PALIERS DE BUTEES

Le système hydrodynamique le plus simple est le plan incliné, ou blochet, utilisé dans les paliers de butée. il est constitué de deux surfaces planes non parallèles (fig. 1). La face inférieure horizontale, est animée d'une vitesse de translation U ; la face supérieure est inclinée d'un angle α très petit par rapport à l'horizontale. Par son mouvement de translation la plaque inférieure entraîne du lubrifiant dans l'espace convergent ; ceci produit un champ de pression qui permet de supporter une charge. Il faut préciser que dans le cas général les épaisseurs de film h_1 et h_2 sont très petites (de 0,005 à 0,1 mm) devant la longueur B du palier (de 10 à 500 mm). Ainsi la figure 1 n'a pas la même échelle selon x et selon y.

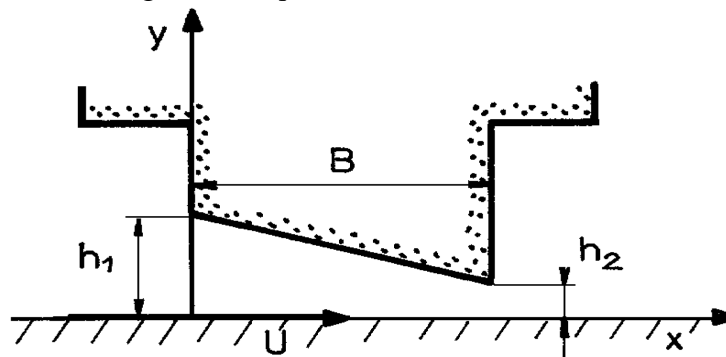


Fig. 1 : Schéma d'un blochet ou plan incliné

L'assemblage de blochets répartis uniformément sur une circonférence constitue un palier de butée. Ce type de mécanisme est très largement utilisé dans l'industrie. La figure 2 présente une butée expérimentale à six secteurs constitués d'un plan incliné et d'un plan parallèle à la surface de rotation cette butée n'admet qu'un seul sens de rotation. La figure 3 montre des butées à patins oscillants en cours de fabrication. Ces butées dont nous décrirons le principe de fonctionnement au paragraphe 4 sont utilisées sur des turbines hydrauliques.

1 - LE PLAN INCLINE DE GEOMETRIE FIXE

Dans un premier temps, on négligera les fuites axiales normales à la vitesse de translation U. Ceci conduit à étudier un problème plan. Cependant, afin de conserver un dimensionnement correct, tous les calculs seront présentés pour une largeur L de l'écoulement.

1.1 - LA PRESSION ET LA CHARGE

Soit l'écoulement entre 2 plaques planes non parallèles de largeur infinie suivant Oz. La plaque inférieure est animée d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $U_1 = U$, la plaque supérieure est immobile et inclinée dans le plan xOy d'un angle constant α très petit (fig. 1).

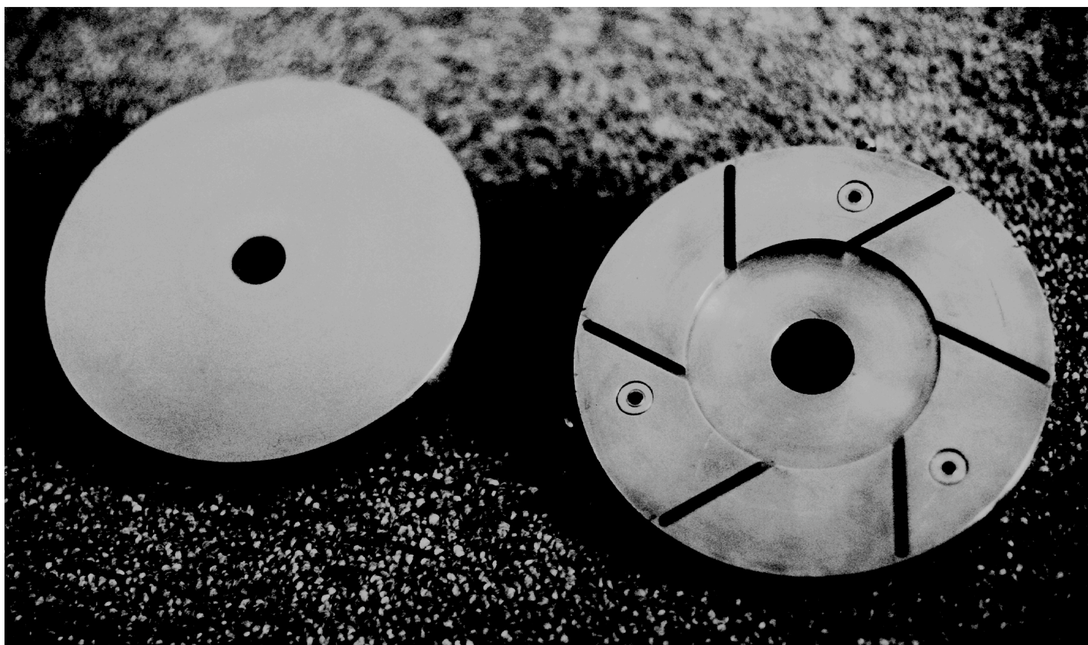


Fig. 2 : Butée Expérimentale (document Université de Poitiers)

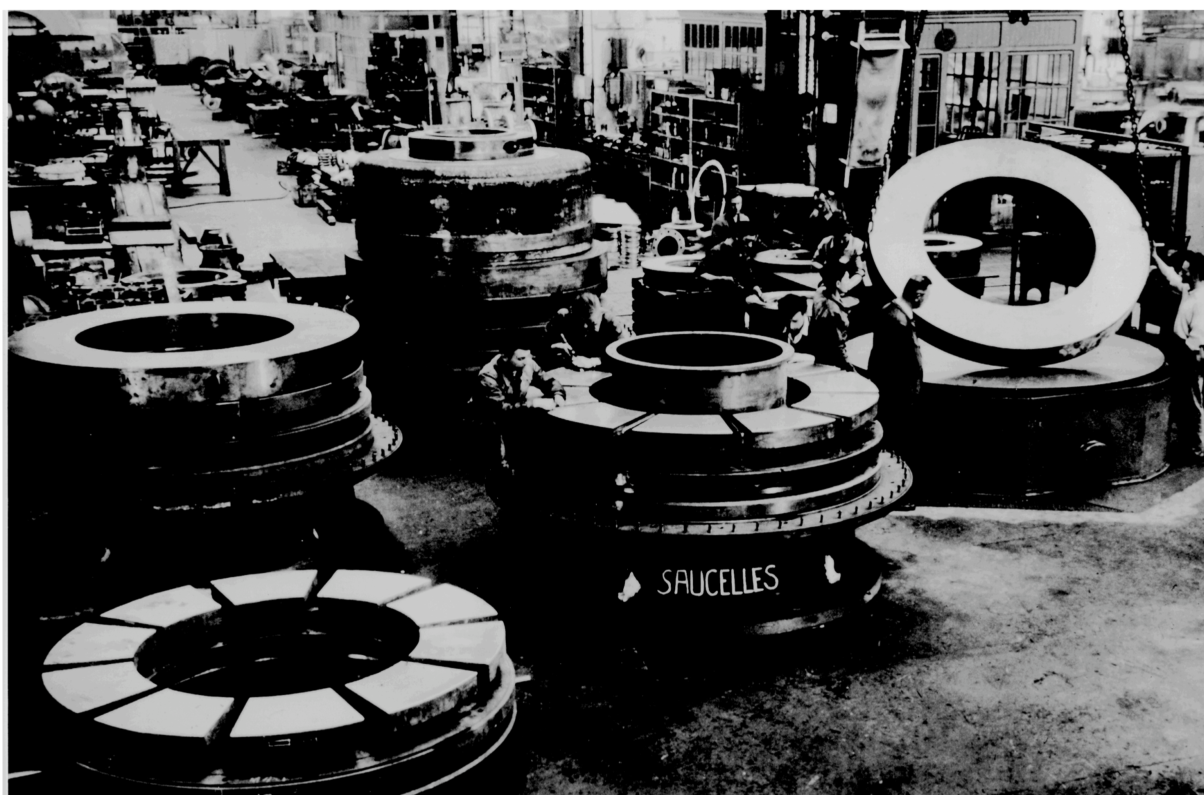


Fig. 3 : Butées à patins oscillants (document Neyrpic)

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d}{dx}\left(h^3 \frac{dp}{dx}\right) = 6\,\mu\,U \frac{dh}{dx}$$

soit

$$h^3 \frac{dp}{dx} = 6\,\mu\,U\,h + \text{Cste}$$

$$\frac{dp}{dx} = 6\,\mu\,U \frac{h - h^*}{h^3}$$

où h^* représente l'épaisseur du film au point d'abscisse x^* pour lequel le gradient de pression s'annule.

On peut caractériser l'épaisseur du film de différentes façons. Nous retiendrons l'expression :

$$h = h_2 + (B - x)\,\text{tg}\,\alpha$$

où h_2 est l'épaisseur minimale du film, B sa longueur et $\text{tg}\alpha = (h_1 - h_2)/B$ la pente du blochet. On utilisera aussi les paramètres sans dimension suivants :

$$X = x / B \;; \qquad a = h_1 / h_2 > 1 \;; \qquad \overline{h} = h / h_2 = 1 + (1 - X)(a - 1)$$

Pour intégrer l'équation de Reynolds, il est commode de l'écrire en fonction de h uniquement en posant :

$$dh = -dx \;\; \text{tg}\,\alpha$$

Il vient, après intégration :

$$p = \frac{6\,\mu U}{\text{tg}\,\alpha}\left(\frac{1}{h} - \frac{h^*}{2h^2} + C_1\right)$$

Si l'entrée et la sortie du film sont à pression atmosphérique et si celle-ci est prise comme référence ; les conditions aux limites sur la pression s'écrivent :

$$\begin{cases} p = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0 \quad \text{ou} \quad h = h_1 \\ p = 0 \quad \text{pour} \quad x = B \quad \text{ou} \quad h = h_2 \end{cases}$$

Ces conditions permettent de calculer les 2 constantes h^* et C_1 ; il vient ainsi :

$$h^* = \frac{2\,h_1 h_2}{h_1 + h_2} \qquad \text{et} \qquad C_1 = -\frac{1}{h_1 + h_2}$$

$$p = \frac{6\,\mu U}{\text{tg}\,\alpha}\left[\frac{1}{h} - \frac{h_1 h_2}{h^2(h_1 + h_2)} - \frac{1}{h_1 + h_2}\right]$$

ce qui s'écrit encore :

$$p = \frac{6\mu U B}{h_2^2 (a - 1)}\left[\frac{1}{\overline{h}} - \frac{a}{\overline{h}^2(1 + a)} - \frac{1}{1 + a}\right]$$

La figure 4 présente les variations de la pression sans dimension $\overline{p} = h_2^2\ p/\mu UB)$ pour différents rapports $a = h_1/h_2$. La valeur du maximum de pression est fonction du rapport a, son point d'application se déplace vers la sortie de l'écoulement lorsque a augmente. La pression maximale atteint sa plus grande valeur pour a ≈ 2,2.

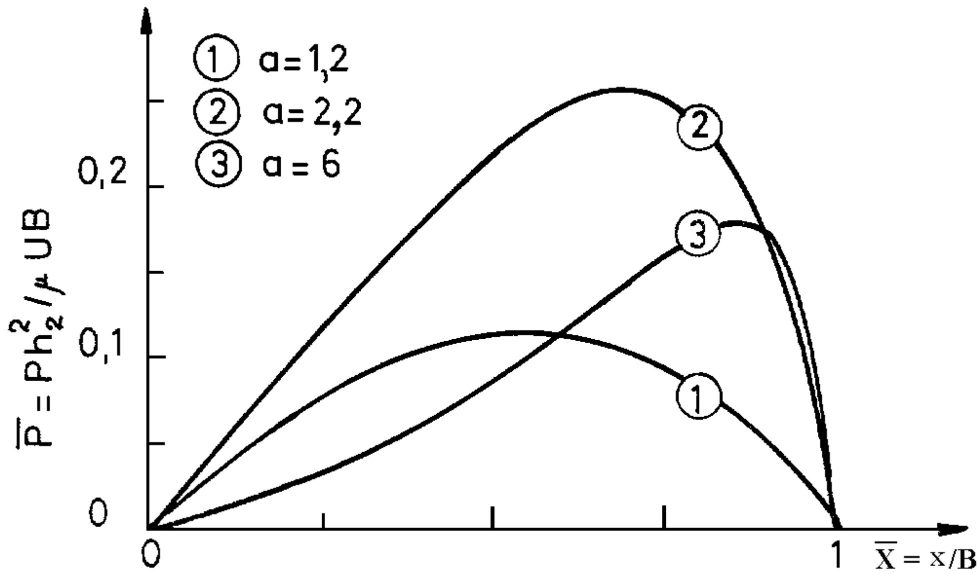


Fig. 4 : Courbes de variation de pression pour différents rapports $a = h_1/h_2$

La charge est obtenue par intégration du champ de pression sur la face inférieure ; pour la largeur L il vient :

$$W = L\int_0^B p\,dx = \frac{-L}{tg\alpha}\int_{h_1}^{h_2} p\,dh$$

d'où

$$W = \frac{6\mu UL}{tg^2 a}\left[\ell n\frac{h_1}{h_2} - 2\frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}\right]$$

soit encore

$$W = \frac{6\mu ULB^2}{h_2^2(a-1)^2}\left[\ell n\ a - 2\frac{a-1}{a+1}\right]$$

La figure 5 présente les variations de la charge sans dimension $\overline{W} = h_2^2\ W/(\mu ULB^2)$ en fonction du rapport $a = h_1/h_2$. Cette charge est nulle lorsque $a = 1$ (plaques parallèles), elle est maximale pour un rapport d'épaisseur entre l'entrée et la sortie voisin de 2,2. En effet $\partial W / \partial a = 0$ conduit à la relation :

$$\frac{1}{a} + \frac{4a}{(a+1)^2} - \frac{2\ell n\, a}{a-1} = 0$$

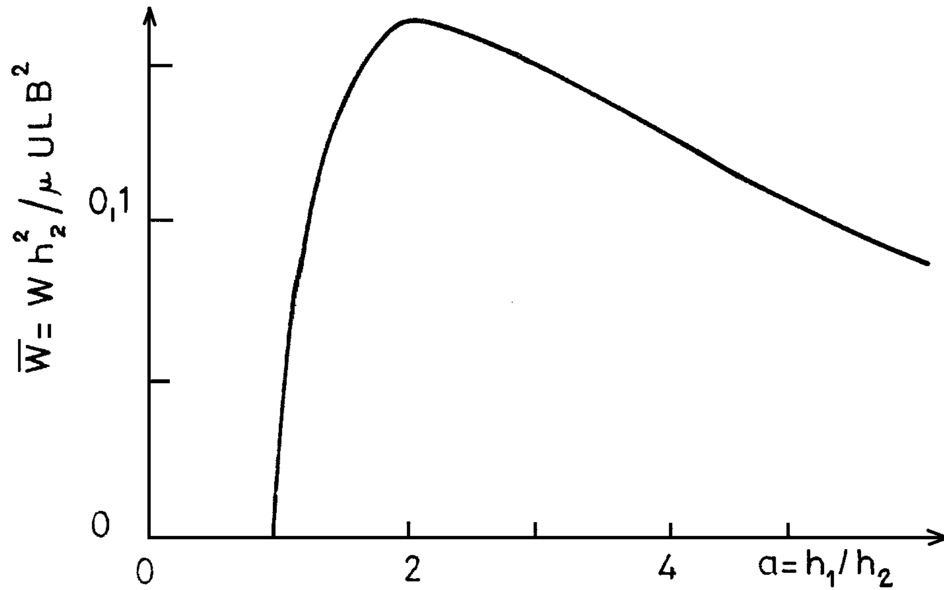


Fig. 5 : Variations de la charge sans dimension en fonction du rapport $a = h_1 / h_2$

1.2 - LA FORCE DE FROTTEMENT

La force de frottement F_m qui agit sur le plan mobile est obtenue par l'intégration des contraintes de cisaillement sur ce plan :

$$F_m = \int \left(\tau_{xy} \right)_{y=0} ds$$

avec :

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y - h) - \frac{\mu U}{h}$$

soit encore pour y = 0 :

$$F_m = -L \int_0^B \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx - L \int_0^B \frac{\mu U}{h} dx$$

Dans le cas du blochet de largeur infinie examiné ici, le calcul de ces deux intégrales ne présente pas de difficulté. Cependant, une intégration par partie de la première de ces intégrales permet de faire apparaître des relations qui sont valables quelle que soit la forme de l'écoulement :

$$-L \int_0^B \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx = -L \left[\frac{h}{2} p \right]_0^B + L \int_0^B \frac{p}{2} \frac{\partial h}{\partial x} dx$$

Le premier terme ne dépend que des conditions aux limites ; il est nul dans le cas considéré ici. Le second terme s'exprime directement en fonction de la charge supportée par le contact, il vient :

$$L \int_0^B \frac{p}{2} \frac{\partial h}{\partial x} dx = -\frac{tg\alpha}{2} L \int_0^B p \, dx = -\frac{W tg\alpha}{2}$$

Ainsi la force de frottement s'exprime par :

$$F_m = -\frac{W \, tg \, \alpha}{2} - L\int_0^B \frac{\mu U}{h} dx$$

soit encore :

$$F_m = -\frac{W \, tg \, \alpha}{2} - \frac{\mu \, UL}{tg \, \alpha} \ell n \frac{h_1}{h_2}$$

En reportant dans cette expression la valeur de la charge W, il vient :

$$F_m = -\frac{\mu \, UL}{tg \, \alpha}\left(4 \, \ell n \frac{h_1}{h_2} - 6\frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}\right)$$

soit encore :

$$F_m = -\frac{\mu \, UBL}{h_2(a-1)}\left(4 \, \ell n \, a - 6\frac{a-1}{a+1}\right)$$

Le signe moins indique que la direction de la force exercée par le fluide sur la paroi est de sens contraire à celui de la vitesse de cette paroi.

Le coefficient de frottement relatif à la surface mobile est donné par relation :

$$f_m = -\frac{(F_m)}{W} = \frac{h_2(a-1)}{6B} \frac{4 \, \ell n \, a - 6\dfrac{a-1}{a+1}}{\ell n \, a - 2\dfrac{a-1}{a+1}}$$

Le coefficient de frottement est peu utilisé en lubrification hydrodynamique, on lui préfère généralement le nombre de frottement $f = f_m B/h_2$.

La figure 6 donne les variations de la force de frottement sans dimension $\overline{F}_m = F_m h_2 /(\mu UBL)$ et du nombre de frottement f en fonction du rapport a. On remarque que le nombre de frottement passe par un minimum pour $a \cong 2,6$.

La puissance fournie pour maintenir la vitesse de translation U s'écrit :

$$P_1 = U \, | F_m |$$

1.3 - <u>LE DÉBIT</u>

Le débit est obtenu en intégrant le champ de vitesse à travers une section droite du film :

$$Q = L\int_0^h u dy$$

d'où :

$$Q = LU \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}$$

soit encore :

$$Q = LU\,h_2 \frac{a}{1+a}$$

La courbe de variation du débit sans dimension $\overline{Q} = Q/(LU\,h_2)$ est donnée figure 6.

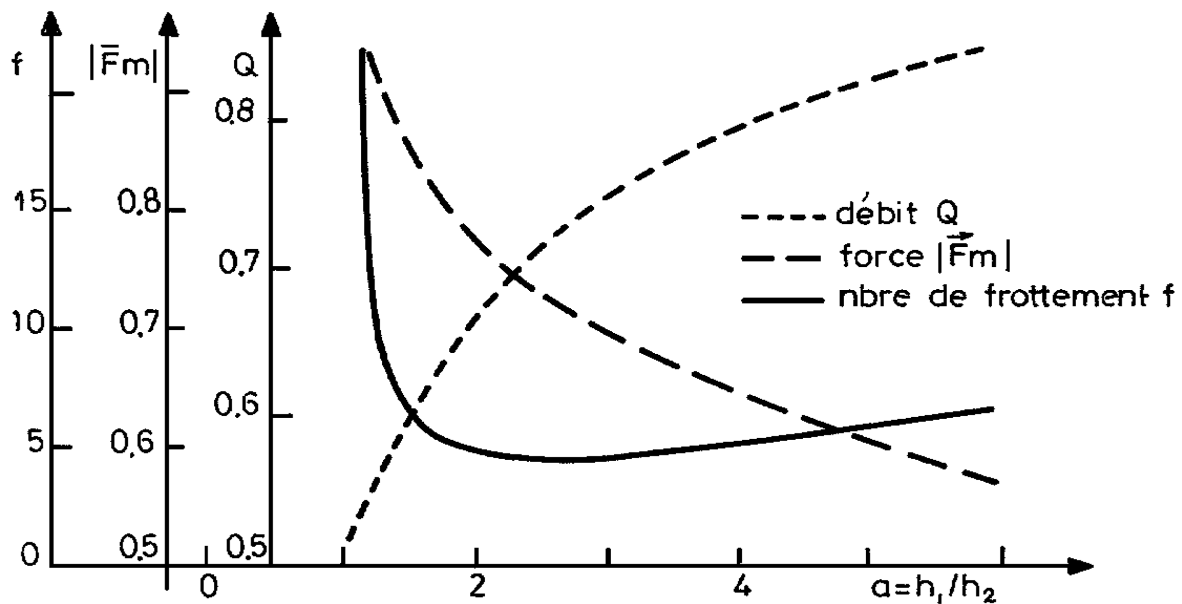
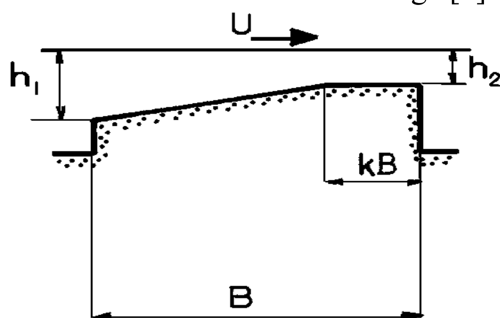


Fig. 6 : Variation de la force, du nombre de frottement et du débit en fonction du rapport h_1/h_2

1.4 - INFLUENCE DE LA FORME DES SURFACES

Le bon fonctionnement d'un patin incliné dépend de la quantité de lubrifiant entrainée dans le convergent. Ainsi toutes les géométries qui présentent un convergent peuvent être utilisées. L'étude analytique de différents types de profil montre que la forme du profil a peu d'influence sur la charge portante si les écarts de géométrie par rapport à une surface plane restent inférieurs à la moitié de l'épaisseur minimale du film et s'il n'existe pas de discontinuité (figure 7). En pratique, la partie inclinée se termine souvent par un méplat qui permet de réduire l'usure au démarrage [1].



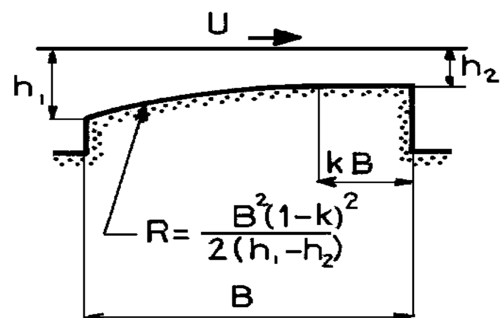


Fig. 7a : $k \approx 0.2$ Fig .7b : $k \approx 0.05$

Fig. 7 : Forme usuelle d'un blochet

Lorsque la vitesse peut changer de sens, il est nécessaire d'utiliser une combinaison d'au moins deux blochets (figure 8). Le bon fonctionnement de ce mécanisme dépend alors de la pression ambiante. Si celle-ci est trop élevée, il n'y a pas de rupture de film dans la partie divergent du contact et la charge admissible devient nulle.

Dans le cas où la pression ambiante est égale à la pression atmosphérique et pour les dimensions optimales présentées sur la figure 8, la capacité de charge est environ 40% (Fig. 9) et la force de frottement 80% de celles obtenues pour un patin formé d'un seul plan incliné de même surface.

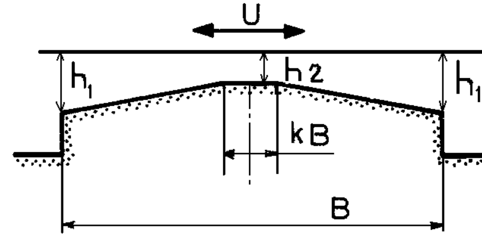


Fig. 8 : Blochet à 2 directions de mouvement $k \approx 0{,}2$

Dans ces différents cas l'épaisseur du film est donnée par les relations suivantes :

1.4.a - plan incliné suivi d'un plan parallèle (fig. 7a)

Pour $0 < x \le (1-k)B$, c'est-à-dire $0 < X \le 1-k$

$$h = h_2 + \left[(1-k)B - x\right] \mathrm{tg}\,\alpha$$

avec

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{h_1 - h_2}{(1-k)B} \qquad \text{et} \qquad X = \frac{x}{B}$$

soit

$$\bar{h} = 1 + (1 - k - X)\frac{a-1}{1-k}$$

Pour $(1-k)B \le x < B$, c'est-à-dire $1 - k \le X < 1$

$$h = h_2 \qquad \text{soit} \qquad \bar{h} = 1$$

1.4.b - Surface courbe suivie d'un plan parallèle (fig. 7b)

Pour $0 < x \le (1-k)B$, c'est-à-dire $0 < X \le 1-k$

$$h = h_2 + R - \sqrt{R^2 - \left[B(1-k) - x\right]^2} \approx h_2 - \frac{\left[B(1-k) - x\right]^2}{2R}$$

avec

$$R = \frac{B^2(1-k)^2}{2(h_1 - h_2)} - \frac{h_1 - h_2}{2} \approx \frac{B^2(1-k)^2}{2(h_1 - h_2)}$$

soit encore

$$h \approx h_2 - (h_1 - h_2)\left[1 - \frac{x}{B(1-k)}\right]^2$$

En variables sans dimension, il vient :

$$\bar{R} = R/B = \frac{B}{h_2}\frac{(1-k)^2}{2(a-1)} + \frac{h_2}{B}\frac{a-1}{2} \approx \frac{B}{h_2}\frac{(1-k)^2}{2(a-1)}$$

Avec :

$$\bar{h} \approx 1 + (a-1)(1 - \frac{X}{1-k})^2$$

Pour $(1-k)B \leq x < B$, c'est-à-dire $(1-k) \leq X < 1$

$$h = h_2 \qquad \text{soit} \qquad \bar{h} = 1$$

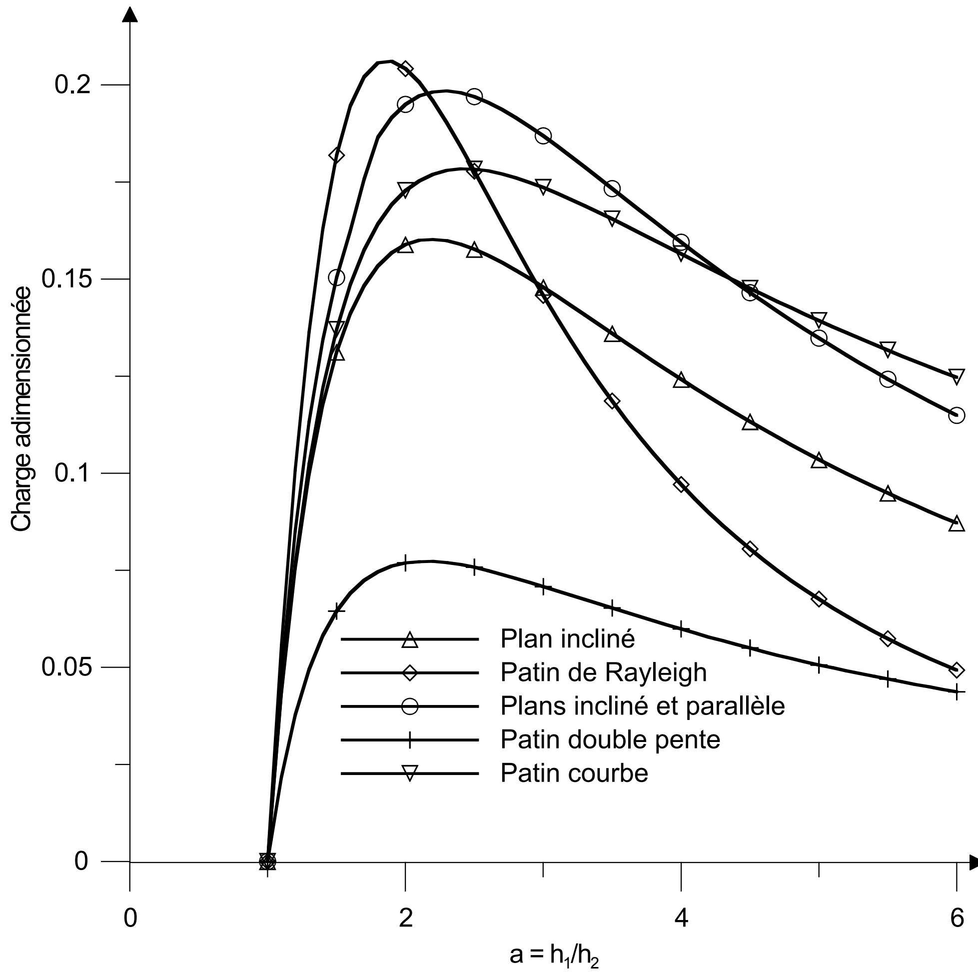


Fig. 9 : Charge portante pour différentes butées unidimensionnelles

1.4.c - Coin d'huile double effet à plans inclinés (Fig. 8)

Pour $0 < x \leq (1-k)B/2$, c'est-à-dire $0 < X \leq (1-k)/2$

$$h = h_2 + [(1-k)B/2 - x]\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

avec

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2(h_1 - h_2)}{(1-k)B}$$

soit

$$\bar{h} = 1 + [(1-k)/2 - X]\;\frac{2(a-1)}{1-k}$$

Pour $(1-k)B/2 \leq x \leq (1+k)B/2$, c'est-à-dire $(1-k)/2 \leq X \leq (1+k)/2$

$$h = h_2 \qquad \text{soit} \qquad \bar{h} = 1$$

Pour $(1 + k)B/2 \le x \le B$ c'est-à-dire $(1 + k)/2 \le X < 1$

$$h = h_2 + [(1 + k)B/2 + x - B]\operatorname{tg}\alpha$$

soit

$$\bar{h} = 1 + \left[\frac{(1 + k)}{2} + X - 1\right]\frac{2(a - 1)}{1 - k}$$

La figure 9 présente, en fonction du rapport $a = h_1/h_2$, les courbes de variation de la charge adimensionnée $\overline{W} = Wh_2^2/\mu ULB^2$ pour les blochets de dimensions optimales et décrits précédemment. Le patin de Rayleigh, avec S = 0,518 donne la portance la plus élevée. Cependant le patin formé d'un plan incliné suivi d'un plan parallèle à la surface mobile (Fig. 7a), avec k = 0,2 et le patin courbe, avec k = 0,05 ont une capacité de charge importante sur une large gamme de variation de a.

2 - PATIN DE DIMENSION FINIE

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé la largeur du blochet infinie ; ce n'est pas le cas en pratique car le rapport L/B est très souvent voisin de l. Dans ces conditions, il existe un écoulement dans la direction perpendiculaire à la vitesse de la surface, ce qui entraîne une chute de pression dans le film ; toutes les caractéristiques calculées précédemment sont modifiées. L'équation de Reynolds s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z}\right) = 6\mu\, U \frac{\partial h}{\partial x}$$

L'équation de Reynolds n'a pas de solution analytique ; un certain nombre de solutions approchées ont été proposées mais elles nécessitent des calculs analytiques souvent fastidieux et ne permettent pas toujours de prendre en compte la rupture du film lubrifiant. Actuellement, ces calculs s'effectuent à l'aide de méthodes numériques (différences finies ou éléments finis).

La figure 10 donne deux répartitions de pression ; l'une correspond au blochet de largeur infinie, l'autre au blochet de dimension finie.

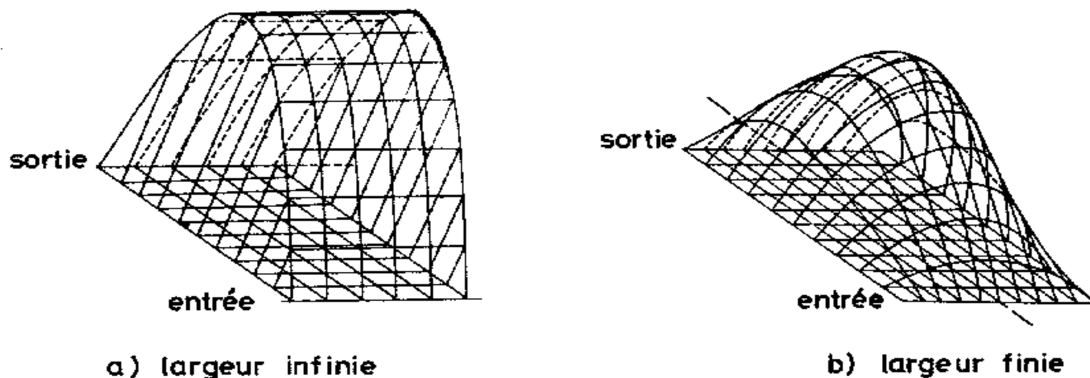


Fig. 10 : Répartition des pressions

Pour une largeur L et une longueur B données, la charge portante d'un blochet de dimension finie est inférieure à celle d'un blochet infiniment large. Cette charge peut être approchée par la relation [2] :

$$W = \frac{6\mu U L B^2}{h_2^2 (a-1)^2} \left[\ell n \, a - 2 \frac{a-1}{a+1} \right] \eta_W$$

où η_W est fonction du rapport L/B et de $a = h_1/h_2$. Les valeurs de η_W sont présentées dans le tableau 1 pour différentes valeurs du rapport L/B et de a.

TABLEAU 1 : valeurs du coefficient η_W

L/B — a	—	—	1	2	4	∞
1,5	0,055	0,17	0,42	0,69	0,835	1
2	0,06	0,18	0,44	0,69	0,84	1
5	0,085	0,23	0,48	0,72	0,87	1

De même, le frottement de la butée peut être approché par la relation :

$$F_m = \frac{\mu \, U L B}{h_2} \left(\frac{4 \ell n \, a}{a-1} - \frac{6}{a+1} \right) \eta_F$$

Les valeurs de η_F sont données dans le tableau 2 pour différentes valeurs des rapports L/B et $a = h_1/h_2$.

TABLEAU 2 : valeurs du coefficient η_F

L/B — a	—	—	1	2	∞
1,5	0,96	0,97	0,98	0,99	1
2	0,90	0,92	0,94	0,97	1
3	0,69	0,74	0,83	0,95	1

3 - LA BUTEE A GEOMETRIE FIXE

3.1 - PRINCIPE

La figure 11 montre un palier de butée à géométrie fixe. Cette butée est constituée de plusieurs patins dont le nombre est généralement compris entre 6 et 20. Ces patins sont formés de plans inclinés qui dans certains cas, présentent une partie plane parallèle au grain mobile. Par ailleurs, les rainures situées entre les patins peuvent être inclinées de 10° à 20° dans le sens de rotation du grain mobile.

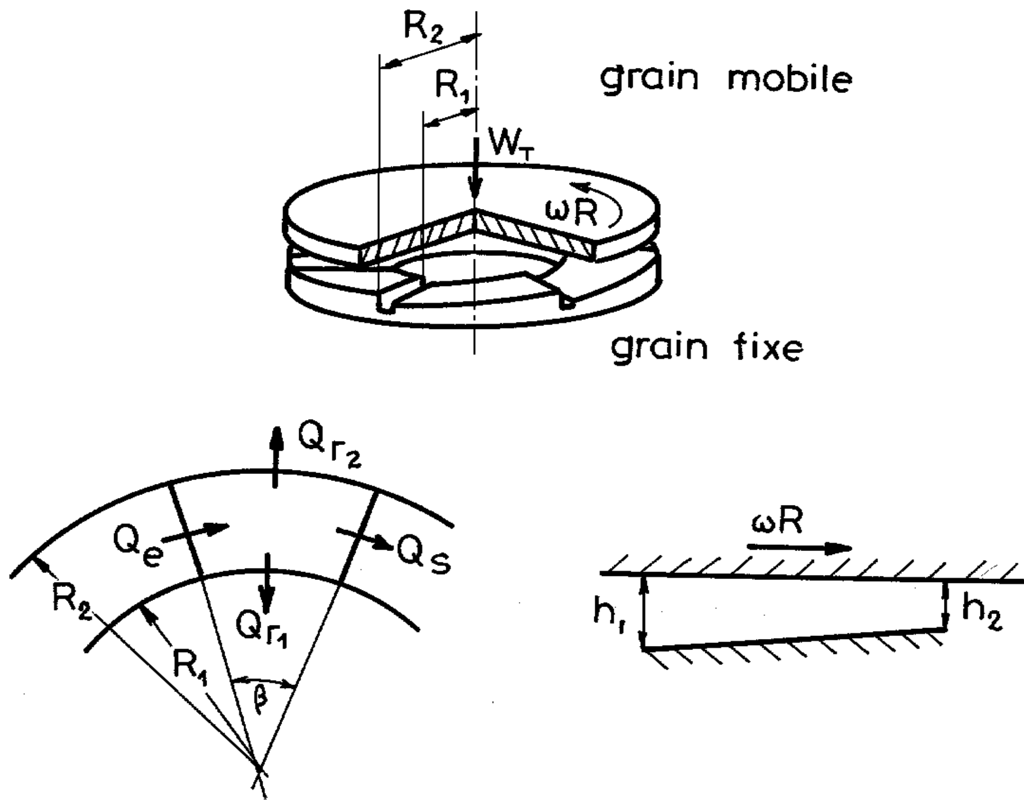


Fig. 11 : Schéma d'une butée

La charge, et si l'on néglige les pertes dans l'espace inter patin, le couple de frottement calculés pour un patin, sont multipliés par le nombre de patins pour obtenir les caractéristiques globales du mécanisme.

Le calcul du débit est différent car il faut tenir compte des conditions d'alimentation de la butée et du fluide qui sort d'un patin et sert à alimenter le suivant.

Les caractéristiques de fonctionnement d'une butée peuvent s'exprimer sous forme de variables sans dimension [3] qui dépendent de l'inclinaison du patin, représentée par le rapport $\delta = (h_1 - h_2)/h_2$, et des dimensions du patin, c'est à dire l'angle au centre β qui intercepte le patin et le rapport γ de la différence des rayons rapportée au rayon extérieur $\gamma = (R_2 - R_1)/R_2$ (fig. 11).

Dans le tableau 3 les paramètres représentés sont pour un patin :

- la charge sans dimension $\overline{W}_p$

$$\overline{W}_p = \frac{p_{moy}}{\mu N}\left(\frac{\delta h_2}{R_1 - R_2}\right)^2$$

- le couple sans dimension $\overline{\mathcal{C}}_p$

$$\overline{\mathcal{C}}_p = \mathcal{C}_p \frac{\delta h_2}{\mu N R_2^4}$$

- le débit sans dimension qui se décompose en trois débits, le débit radial au rayon intérieur : $\overline{Q}_{r1}$, le débit radial au rayon extérieur : $\overline{Q}_{r2}$ et le débit entrant $\overline{Q}_e$. Pour chacun de ces débits, le débit dimensionné s'exprime par :

$$Q = \overline{Q}\ \pi\ R_2\ \ N\ (R_2 - R_1)\ \delta h_2$$

- la position sans dimension $\overline{\theta} = \frac{\theta}{\beta}$ et $\overline{r} = \frac{r - R_1}{R_2 - R_1}$ du point d'application de la résultante des pressions sur le patin.

Dans toutes ces relations N est la vitesse en tours/seconde, μ la viscosité, $\mathcal{C}$ le couple et p_{moy} la pression moyenne qui s'écrit :

$$p_{moy} = \frac{W_P}{S} = \frac{2W_P}{(R_2^2 - R_1^2)\ \beta}$$

où S est la surface d'un patin et W_P la charge par patin. Par ailleurs, pour ces calculs l'épaisseur du film est fonction du seul paramètre angulaire θ et est donnée par la relation :

$$h = h_2\ \left(1 + \delta\ (1 - \theta/\beta)\right)$$

3.2 - APPLICATION

A partir des valeurs numériques présentées dans le tableau 3, il est possible de calculer la portance, le couple et le débit d'une butée dont on connaît les dimensions, l'épaisseur du film à l'entrée et à la sortie, la vitesse de rotation et la viscosité du lubrifiant.

Soit une butée à patins fixes constituée de 6 patins d'amplitude angulaire $\beta = 55°$. Les rayons intérieur R_1 et extérieur R_2, sont respectivement R_1 = 100 mm et R_2 = 200 mm. La surface de chaque patin est inclinée de telle façon que, pour les conditions de fonctionnement, les épaisseurs maximale h_1 et minimale h_2 du film soient respectivement h_1 = 60 μm et $h_2 = 30\ \mu m$. La vitesse de rotation de l'arbre est 3000 tr/mn et le lubrifiant utilisé a, dans les conditions de fonctionnement, une viscosité dynamique $\mu = 0{,}020$ Pa.s. Par ailleurs, l'alimentation de la butée s'effectue au rayon intérieur et on suppose que le débit de fuite au bout de la rainure est négligeable. Dans ces conditions, il vient :

$$\gamma = \frac{R_2 - R_1}{R_2} = 0{,}5$$

$$\delta = \frac{h_1 - h_2}{h_2} = 1$$

On lit sur le tableau 3 :

$$\overline{W}_P = 0{,}669$$

$$\overline{\mathcal{C}}_p = 0{,}98$$

$$\overline{\varphi}_{r2} = 0{,}36$$

TABLEAU 3 : Caractéristiques des butées à patins fixes d'après [3]

$\gamma = \frac{R_2 - R_1}{R_2}$	δ	β	$\overline{W}_P$	$\overline{\mathcal{C}}_P$	$\overline{Q}_{r1}$	$\overline{Q}_{r2}$	$\overline{Q}_e$	$\overline{\theta}$	$\overline{r}$
1/3	1	80	0,703	1,22	0,34	0,46	0,87	0,64	0,37
		55	0,9025	0,842	0,32	0,44	0,84	0,625	0,45
		40	1,06	0,63	0,28	0,395	0,81	0,61	0,49
		30	1,15	0,475	0,235	0,35	0,75	0,605	0,51
	2	80	3,11	1,97	0,35	0,47	0,87	0,71	0,37
		55	3,89	1,35	0,32	0,44	0,84	0,69	0,47
		40	4,44	1,0	0,28	0,40	0,79	0,67	0,50
		30	4,74	0,785	0,24	0,36	0,74	0,66	0,51
	4	80	11,7	2,98	0,35	0,47	0,87	0,78	0,41
		55	14,0	2,12	0,32	0,44	0,83	0,76	0,45
		40	15,3	1,62	0,29	0,41	0,78	0,74	0,505
		30	15,75	1,27	0,245	0,36	0,70	0,73	0,52
	8	80	36,0	4,26	0,36	0,48	0,85	0,83	0,465
		55	40,5	3,12	0,33	0,45	0,81	0,815	0,50
		40	42,0	2,43	0,29	0,41	0,75	0,795	0,51
		30	41,3	1,96	0,25	0,37	0,67	0,78	0,565
1/2	1	80	0,581	1,45	0,23	0,405	0,75	0,62	0,48
		55	0,669	0,98	0,19	0,36	0,69	0,61	0,51
		40	0,697	0,735	0,145	0,31	0,61	0,60	0,53
		30	0,672	0,565	0,11	0,26	0,57	0,59	0,55
	2	80	2,49	2,36	0,23	0,41	0,74	0,685	0,46
		55	2,79	1,67	0,19	0,33	0,61	0,67	0,52
		40	2,84	1,25	0,15	0,31	0,60	0,655	0,53
		30	2,70	0,96	0,11	0,26	0,53	0,65	0,55
	4	80	8,79	3,66	0,24	0,42	0,72	0,755	0,48
		55	9,42	2,65	0,20	0,27	0,65	0,735	0,52
		40	9,26	2,03	0,15	0,32	0,56	0,72	0,54
		30	9,07	1,59	0,11	0,27	0,49	0,71	0,56
	8	80	24,9	5,40	0,25	0,42	0,70	0,81	0,50
		55	25,1	4,03	0,20	0,28	0,62	0,78	0,53
		40	23,6	3,15	0,16	0,32	0,53	0,77	0,55
		30	21,3	2,51	0,11	0,27	0,44	0,765	0,57
2/3	1	80	0,446	1,53	0,12	0,35	0,60	0,61	0,50
		55	0,458	1,06	0,082	0,295	0,53	0,60	0,55
		40	0,431	0,785	0,052	0,245	0,48	0,59	0,58
		30	0,386	0,60	0,033	0,200	0,44	0,585	0,61
	2	80	1,859	2,54	0,13	0,35	0,58	0,67	0,51
		55	1,86	1,80	0,084	0,30	0,51	0,66	0,56
		40	1,73	1,35	0,0535	0,25	0,45	0,65	0,59
		30	1,53	1,04	0,034	0,20	0,40	0,645	0,61
	4	80	6,26	4,00	0,13	0,36	0,56	0,735	0,53
		55	6,04	2,90	0,087	0,30	0,46	0,72	0,57
		40	5,49	2,22	0,055	0,25	0,40	0,71	0,60
		30	4,80	1,73	0,035	0,21	0,36	0,705	0,62
	8	80	16,7	6,04	0,14	0,365	0,53	0,79	0,55
		55	15,4	4,49	0,09	0,31	0,44	0,78	0,58
		40	13,6	3,47	0,056	0,25	0,35	0,765	0,61
		30	11,6	2,74	0,036	0,21	0,29	0,76	0,63

De ces valeurs, on déduit :

- la charge totale :

$$W = 6\,\overline{W}_P\,\mu\,N\left(\frac{R_2 - R_1}{\delta\ h_2}\right)^2\ \frac{R_2^2 - R_1^2}{2}\beta = 642\,000\ \text{N}$$

- le couple total :

$$\mathcal{C} = 6\ \overline{\mathcal{C}}_p\ \frac{\text{ì}\ N\ R_2^4}{\text{ä}\,h_2} = 314\,\text{m.N}$$

- le débit :

$$Q_T = 6\ \overline{Q}_{r_2}\ \pi R_2\ N\ (R_2 - R_1)\,\delta\,h_2 = 0{,}204\ 10^{-3}\ m^3\,/\,s.$$

- la puissance dissipée :

$$P = \mathcal{C}_ = 98{,}6\ \text{kW}$$

Ces valeurs sont élevées mais elles correspondent à une butée de grandes dimensions.

Dans le cas où la charge est donnée, l'épaisseur du film est l'inconnue à déterminer, le calcul n'est plus direct. Il faut se fixer à priori, la différence de hauteur $\delta h_2 = h_2 - h_1$, calculer la charge sans dimensions $\overline{W}$ et vérifier que le rapport δ garde une valeur admissible ; la valeur optimale étant comprise entre 1 et 2.

4 - LA BUTEE A PATINS OSCILLANTS

4.1 - CAS BIDIMENSIONNEL

La figure 12 présente de façon schématique un patin plan articulé. G désigne son centre d'inertie, de coordonnées x_G et y_G et P le centre de la rotule, de coordonnées x_P et y_P.

En régime établi, le torseur des actions extérieures qui agissent sur le patin est nul. On a les relations suivantes :

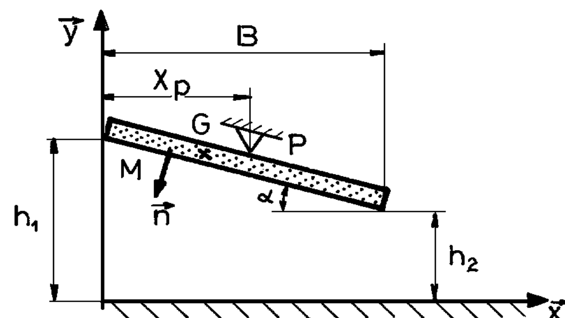


Fig. 12 : Schéma d'un patin oscillant

$$\vec{R} + \int_{S_2} \vec{T}(M_1, \vec{n}_2)ds - mg\vec{y} = 0$$

$$\int \overrightarrow{PM} \wedge \vec{T}\ (M_1, \vec{n}_2)\ ds - \overrightarrow{PG} \wedge mg\vec{y} = 0$$

où $\vec{T}\ (M_1, \vec{n}_2)$ représente le vecteur contrainte sur la surface des patins et $\vec{R}$ l'action de la rotule P sur le patin ; on suppose la rotule parfaite. La première relation vectorielle permet le calcul de $\vec{R}$ tandis que la seconde permet de déterminer la position d'équilibre du patin. Développons cette deuxième équation vectorielle ; elle peut s'écrire :

$$L\int_0^B \left\{ \left[(x-x_p)-(y-y_p)\,tg\,\alpha \right] p - \mu \left[(x-x_p)\,tg\,\alpha-(y-y_p) \right] \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h} \right\} d\ell - (x_G - x_p)\,m\,g = 0$$

avec :

$$y = h = h_1 - x\ tg\ \alpha \quad \text{et} \quad tg\alpha = \frac{h_1 - h_2}{B} << 1$$

et

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h} = \frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu U}{h}$$

Comme l'inclinaison α du patin reste toujours très faible, on a :

$$y_p = h_1 - x_p\ tg\alpha\ +\ e$$

où e désigne l'épaisseur du patin au droit de la rotule. En utilisant les variables adimensionnées suivantes :

$$H = h/B\ ;\ \ a = h_1/h_2\ ;\ \ X_p = x_p/B\ ;\ \ X_G = x_G/B = 0{,}5\ ;\ \ P = ph_2^2/\mu\,UB$$

et en négligeant les termes du second ordre en α, la relation intégrale précédente se réduit à :

$$\int_0^1 P\left(X - X_p\right) dX + \frac{eh_2}{B^2}\int_0^1 \left[\left(\frac{a-1}{2}\right) P + \frac{1}{H} \right] dX - \frac{mgh_2^2}{\mu U\,LB^2}\,(0{,}5 - X_p) = 0$$

Examinons l'ordre de grandeur des deux groupements de termes qui interviennent dans cette expression.

Le terme en eh_2/B^2 peut s'écrire :

$$\bar{e} = \frac{e}{B}.\frac{h_2}{B}$$

c'est-à-dire le produit d'un terme toujours inférieur à 1 (e / B) par un coefficient de l'ordre de 0,001 $\sim$ (h_2/B) ; ainsi pour une application donnée, on a : $10^{-4} < \frac{eh_2}{B^2} < 10^{-3}$, c'est-à-dire un infiniment petit d'ordre 1 que l'on ne peut pas a priori négliger.

Le second coefficient représente le rapport entre le poids du patin et la charge que celui-ci doit supporter. En pratique son domaine de variation est très important ; sa valeur minimale correspond à un patin de faible masse et une charge importante, et inversement pour sa valeur maximale. Si l'on considère un patin en acier dont les dimensions et les conditions de fonctionnement sont telles que :

$$L = B = 0{,}2\,m\ ;\ \ e = 0{,}08\,m\ ;\ \ U = 30\,m/s\ ;\ \ \mu = 0{,}01\,Pas\ ;\ \ h_2 = 0{,}2\,mm.$$

il vient :

$$\frac{mgh_2^2}{\mu ULB^2} \sim 4\ 10^{-3}$$

c'est-à-dire une valeur a priori non négligeable. Remarquons que la masse du patin fait, bien évidemment, intervenir l'épaisseur e du patin. Ainsi la condition d'équilibre peut se mettre sous la forme :

$$\frac{2a(2+a)\ell n\, a + 1 + 4a - 5a^2}{2(a^2-1)} + \bar{e}\left[\frac{2+a}{6}\ell n\, a - \frac{a-1}{a+1} - \frac{\overline{m}}{12}(a-1)^2\right]$$

$$-X_p\left[\ell n\, a + \frac{2(1-a)}{1+a} - \frac{eh_2}{6B^2}\overline{m}(a-1)^2\right] = 0$$

avec $\overline{m} = \rho g \frac{h_2 B}{\mu U}$ ($\bar{e} \sim 0{,}0004$ et $\overline{m} \sim 10{,}13$ dans l'exemple cité précédemment). De cette relation, on tire directement X_p en fonction de a ; les valeurs possibles pour a étant celles qui engendrent un film convergent, c'est-à-dire a > 1.

Les courbes de la figure 13 montrent l'évolution de X_p en fonction de a pour différentes valeurs des paramètres $\overline{m}$ et $\bar{e}$ et pour deux utilisations possibles du patin. Pour chaque ensemble de courbes on a tracé le cas où les effets de la masse et de l'épaisseur du patin sont négligés $(\overline{m} = \bar{e} = 0)$.

On remarque que :

a) si $\overline{m}$ est inférieure à 10, la prise en compte de l'épaisseur du patin a un effet négligeable excepté pour les très faibles inclinaisons (a ~ 1).

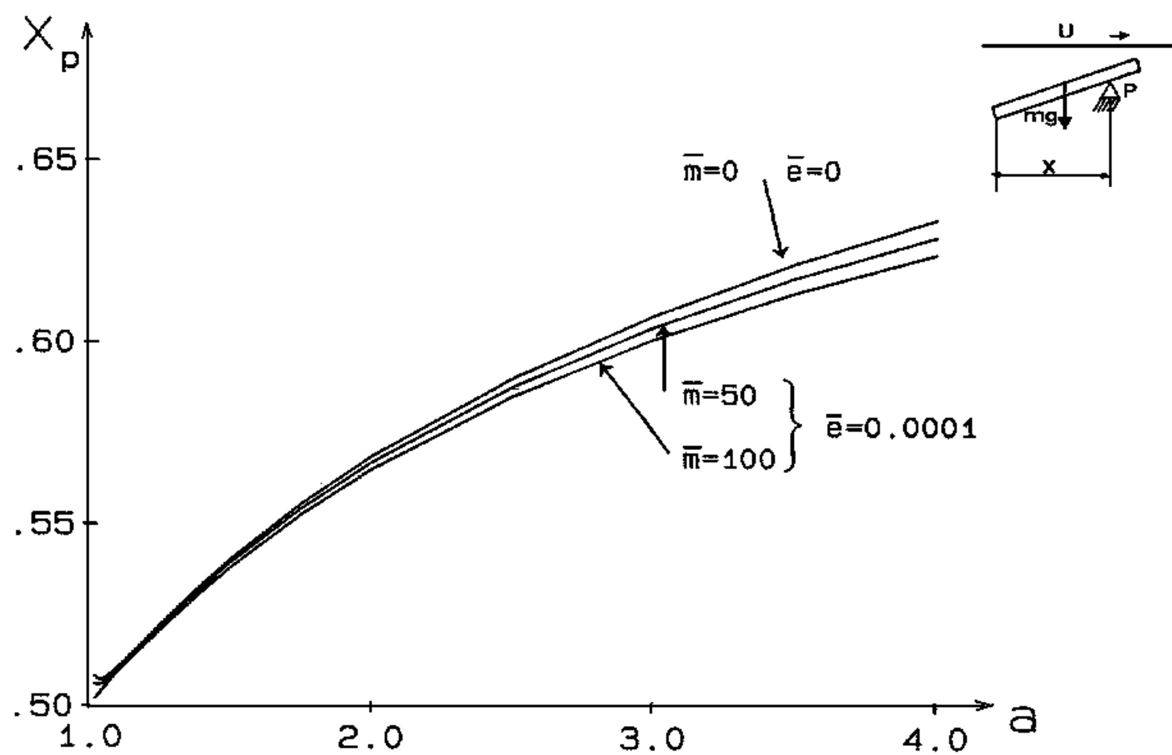
b) lorsque l'inclinaison du patin tend vers zéro on obtient parfois une solution double : à une position donnée du pivot correspond deux inclinaisons différentes. L'étude de la stabilité de l'équilibre montre qu'une dérivée négative de la courbe X_p (a) correspond à une position d'équilibre instable (courbes en trait interrompu). Ainsi un patin peu chargé, suspendu à un pivot, peut ne pas avoir de position d'équilibre même si le pivot est décalé vers la sortie du contact : c'est le phénomène connu sous les noms de « spraging » et « pad flutter ». Dans une butée, et surtout un palier à patins oscillants, il est donc nécessaire que tous les patins soient chargés.

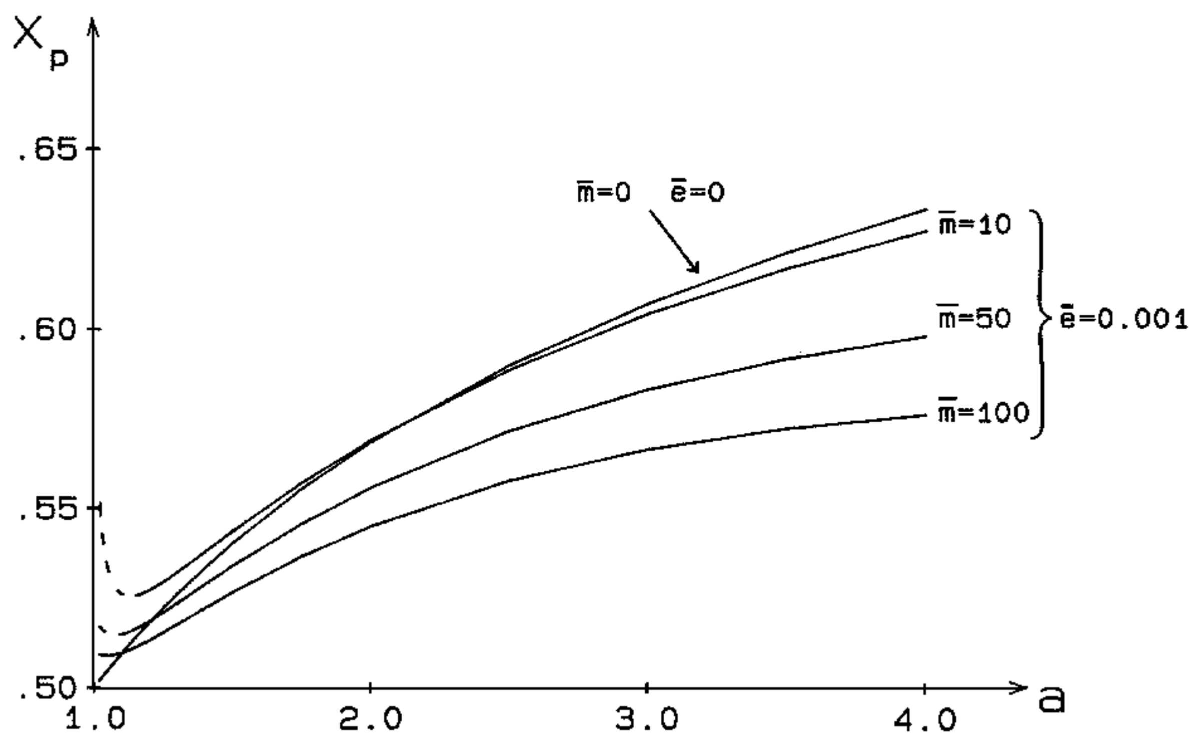
c) un patin articulé ne peut supporter une charge que si le pivot est déporté vers la sortie. A une position de pivot convenablement choisie correspond une seule position d'équilibre stable. Ainsi, si la position du pivot a été choisie afin de rendre la portance maximale (a ~ 2,2), cette condition restera vérifiée quelle que soit la charge appliquée, ceci n'est pas vérifié pour les patins fixes.

d) ce type de patin oscillant n'est utilisé que lorsque le mouvement du grain mobile s'effectue toujours dans le même sens. Dans le cas contraire, il est impératif que le pivot soit situé au centre du patin ce qui théoriquement pour un patin plan entraîne une impossibilité de fonctionnement.

e) dans le cas où l'on néglige l'épaisseur et la masse du patin oscillant, la position du pivot est donnée par :

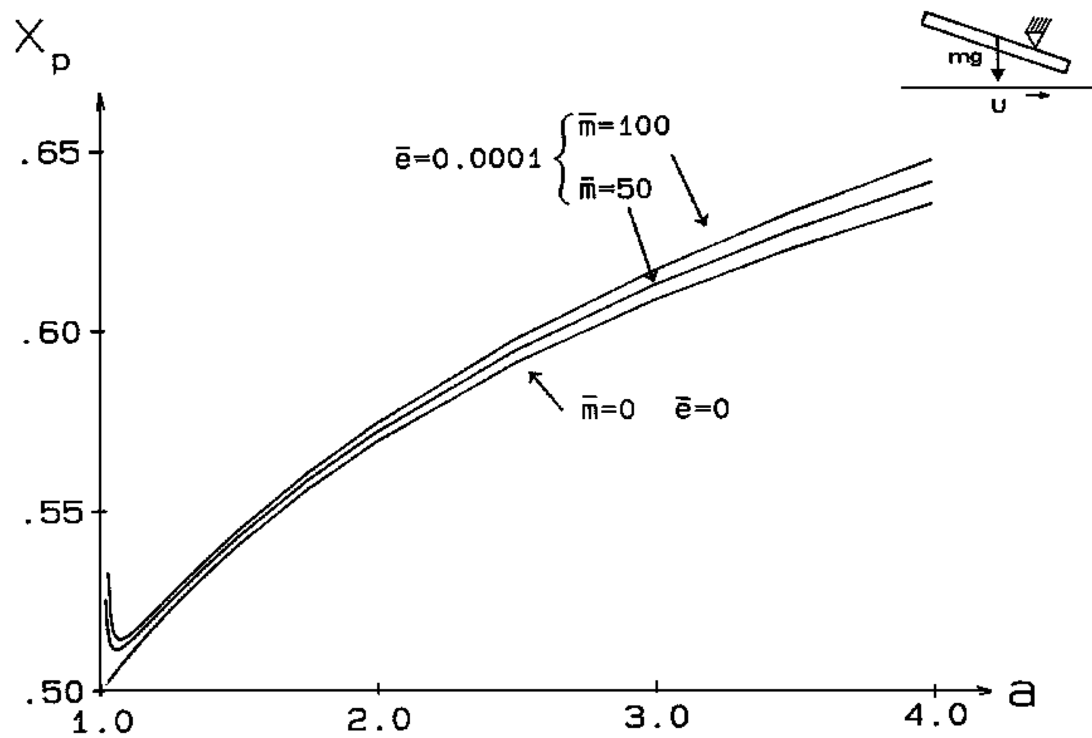
$$X_p = \frac{2a(2+a)\ell n\, a + 1 + 4a - 5a^2}{2(a^2-1)\ell n\, a - 4(a-1)^2}$$

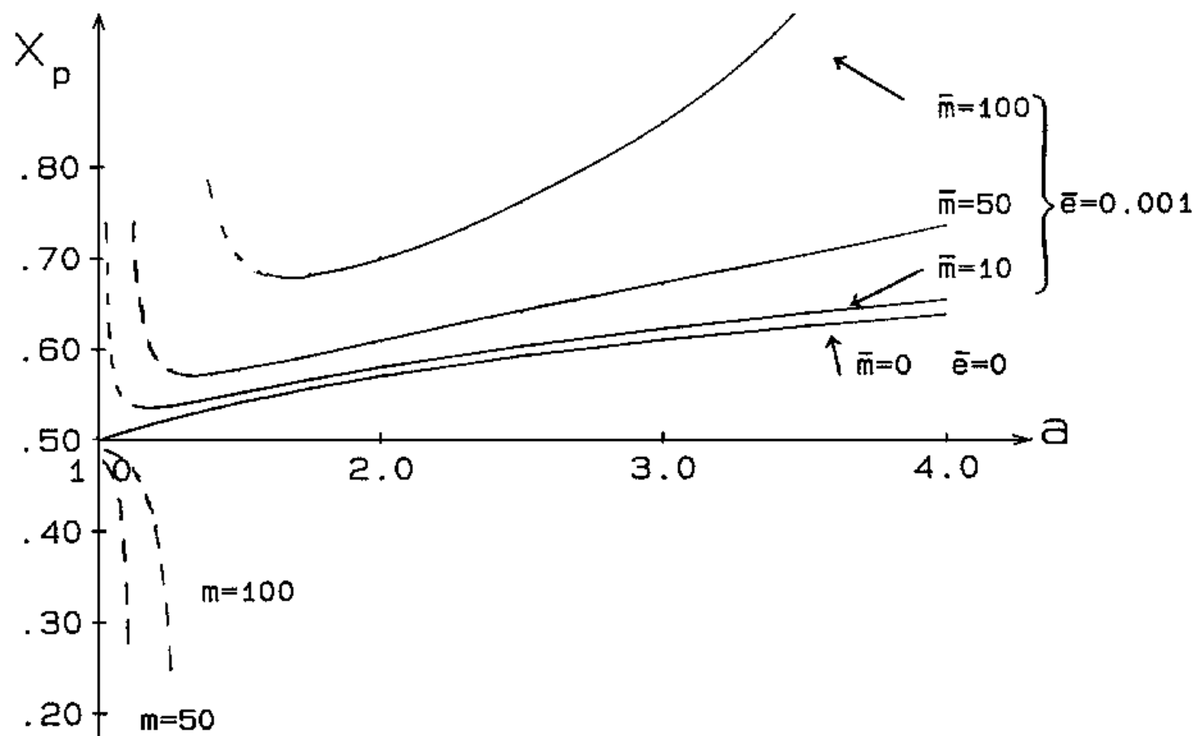




a) Patin en appui

Fig. 13a : Position du pivot en fonction de l'inclinaison du patin





b) Patin suspendu

Fig. 13b : Position du pivot en fonction de l'inclinaison du patin

Ainsi pour la valeur optimale de a = 2,2 on obtient $X_p \approx 0{,}58$ soit $x_p \approx 0{,}58\,B$. En effet $\partial W / \partial a = 0$ conduit à la relation :

$$\frac{1}{a} + \frac{4a}{(a+1)^2} - \frac{2\,\ell n\, a}{a-1} = 0$$

Expérimentalement, il existe souvent une charge due à la dilatation thermique différentielle et à la courbure des surfaces. Ainsi, les patins oscillants dont le sens de mouvement peut être quelconque présentent une courbure. La figure 14 compare un patin plan défini pour une portance optimale [4] à un patin courbe de même portance.

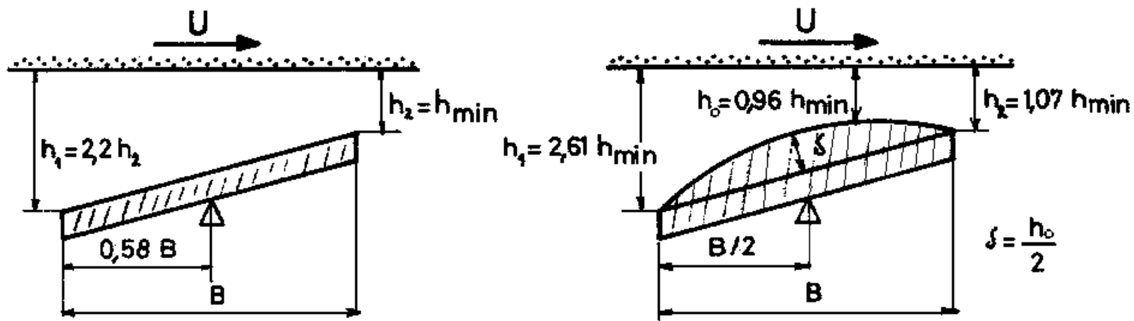


Fig. 14 : Comparaison entre un blochet plan et un blochet courbe [4]

4.2 - <u>BUTÉE À PATINS OSCILLANTS DE DIMENSIONS FINIES</u>

Les résultats présentés pour le patin de largeur infinie ne permettent pas de calculer avec précision les caractéristiques d'une butée réelle (fig.15). Il n'existe pas de solution analytique et seules les méthodes numériques permettent le calcul de ces mécanismes. Le tableau 3 présenté pour des patins plans fixes, donne aussi le centre de pression, c'est-à-dire le point où doit être situé le pivot pour que les patins soient en équilibre (hypothèse M = 0). Ainsi à partir de ce tableau, pour une position du pivot donnée, il est possible de calculer de façon approchée les caractéristiques d'une butée de dimensions connues. On trouvera par ailleurs dans [1, 4, 5] des graphes et des recommandations qui permettent de réaliser rapidement une approche du problème.

4.5 - EFFET THERMIQUE GLOBAL

La théorie isotherme de la lubrification a été utilisée pour déterminer les caractéristiques des butées présentées précédemment. Cependant, dans tous les mécanismes l'énergie dissipée par le cisaillement du fluide conduit à un échauffement et donc à une diminution de la viscosité du lubrifiant et de la portance. Par ailleurs, l'échauffement des surfaces du contact et plus particulièrement celui du grain fixe peut entraîner la fusion du régule très souvent déposé sur cette surface ce qui conduit à la destruction de la butée.

Deux approches ont été proposées pour tenir compte de l'effet thermique en lubrification. La première consiste à évaluer, à partir de la théorie isotherme, l'énergie dissipée dans le film, ce qui permet de calculer une température moyenne de fonctionnement ; c'est la méthode communément utilisée pour le calcul des caractéristiques d'un mécanisme. La seconde consiste à résoudre simultanément dans le film l'équation de l'énergie et l'équation de Reynolds généralisée qui permet de tenir compte de la variation de viscosité à travers l'épaisseur du film. Il faut également tenir compte des transferts de chaleur dans les matériaux ainsi que des conditions aux limites qui dépendent de l'implantation du palier dans la

machine. Cette seconde approche qui n'a pas encore de solution générale est présentée dans l'ouvrage [ ]. Nous ne décrirons donc dans ce chapitre que la première approche [6].

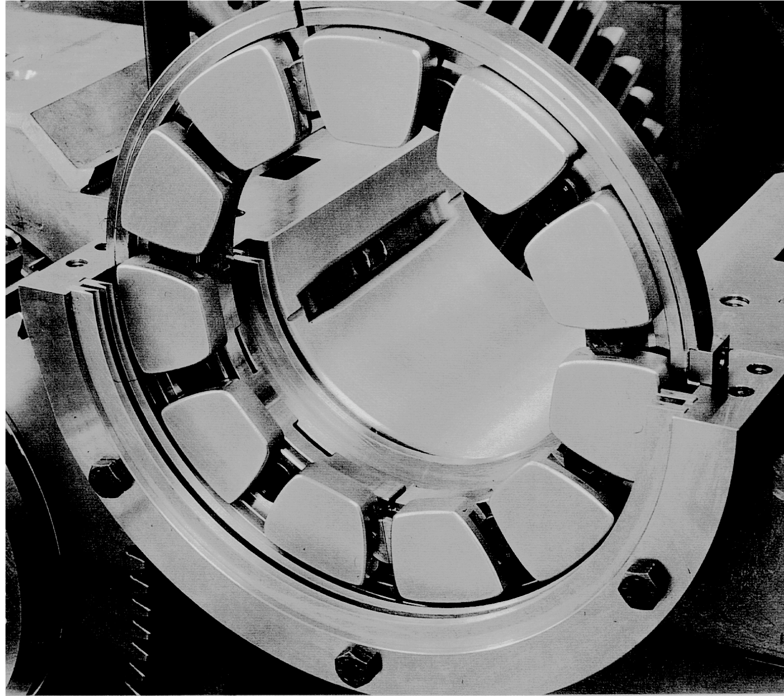


Fig. 15 : Butée à patins oscillants utilisée sur un réducteur

Le couple résistant $\mathcal{C}_p$ permet de déterminer la puissance dissipée pour un patin de la butée et, si l'on suppose que toute cette puissance est évacuée par le lubrifiant, de calculer l'élévation moyenne Δt de température du fluide. Pour cela, il faut tenir compte des conditions d'alimentation de la butée, de la recirculation du fluide qui sort d'un patin pour se mélanger au fluide frais à l'entrée et du débit de fuite par les rainures. La figure 16 présente les notations utilisées pour les différents débits et températures du fluide dans le cas où l'alimentation est effectuée soit par l'intérieur (fig. 16a) soit par l'extérieur de la butée (fig. 16b) soit par le centre de la rainure (fig. 16c). On notera respectivement Q_e et Q_s les débits à l'entrée et à la sortie du patin, Q_{r1} et Q_{r2}, respectivement les débits radiaux aux rayons intérieur et extérieur et Q_{f1} et Q_{f2}, respectivement les débits de fuite dans les goujures aux rayons intérieur et extérieur.

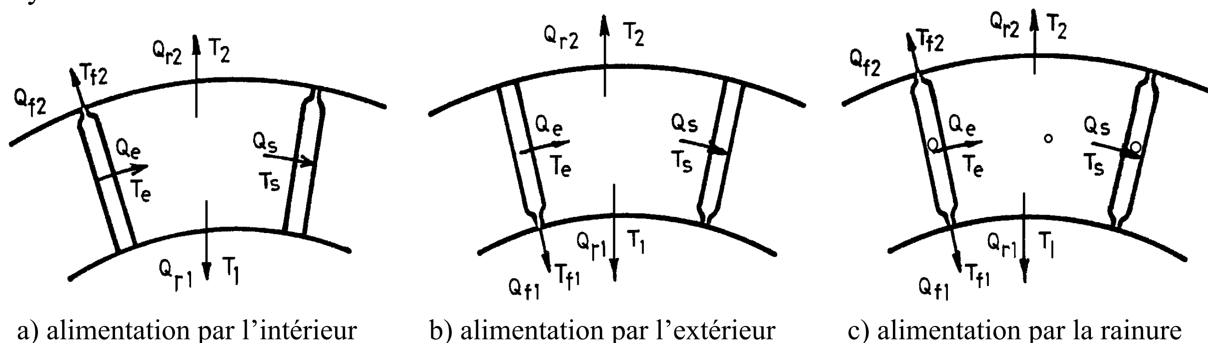


Fig. 16 : Schéma d'un palier de butée ; notations utilisées

Dans les cas d'alimentation par l'intérieur et par l'extérieur (fig. 16a et b), on introduit 2 coefficients ε_1 et ε_2 tels que :

a) pour une butée alimentée par l'intérieur (fig.16 a) $\varepsilon_2 = 0$ et $\varepsilon_1 = 1$ ou 0 selon que le fluide qui s'échappe au rayon extérieur est recyclé ou non.

b) pour une butée alimentée par l'extérieur (fig.16 b) $\varepsilon_1 = 0$ et $\varepsilon_2 = 1$ ou 0 selon que le fluide qui s'échappe au rayon intérieur est recyclé ou non.

L'équilibre thermique du lubrifiant dans la rainure se traduit par :

$$\varepsilon_1 Q_{r1} T_1 + \varepsilon_2 Q_{r2} T_2 + Q_s T_s + \left[(1-\varepsilon_1) Q_{r1} + (1-\varepsilon_2) Q_{r2} + Q_f\right] T_o = Q_e T_e + Q_f T_f$$

Dans cette expression, Q_f représente soit Q_{f1} soit Q_{f2} selon le type d'alimentation et où T_o est la température du fluide frais à l'entrée de la butée. Par ailleurs, les valeurs des débits sont comptées positivement selon la direction des flèches sur la figure. Le bilan thermique de la butée permet d'écrire :

$$Q_s (T_s - T_e) + Q_{r1}(T_1 - T_e) + Q_{r2}(T_2 - T_e) = \frac{\omega}{\rho C_p} \mathcal{C}_p$$

où $\mathcal{C}_p$ est le couple résistant et C_p la chaleur massique du lubrifiant. Si on pose :

$$T_1 = T_2 = (T_e + T_s)/2 = T_e + \Delta T \quad \text{et} \quad T_f = T_e$$

il vient encore :

$$\Delta T = \frac{\omega}{\rho C_p (2Q_s + Q_{r1} + Q_{r2})} \mathcal{C}_p$$

et

$$T_e = \frac{\Delta T (\varepsilon_1 Q_{r1} + \varepsilon_2 Q_{r2} + 2Q_s) + T_o\left[(1-\varepsilon_1) Q_{r1} + (1-\varepsilon_2) Q_{r2} + Q_f\right]}{Q_e + Q_f - (\varepsilon_1 Q_{r1} + \varepsilon_2 Q_{r2} + Q_s)}$$

avec

$$T_s = T_e + 2\Delta T$$

La température moyenne utilisée pour le calcul est :

$$T_m = \frac{T_e + T_s}{2} = T_e + \Delta T$$

De même, on évalue la température maximale T_M dans la butée par la relation :

$$T_M = T_e + 3\ \Delta T$$

Dans le cas où la butée présente des rainures alimentées au milieu de celles-ci et comportant une goujure à chaque extrémité (Fig. 16c) et avec les mêmes hypothèses que dans les cas précédents, le bilan thermique de la butée et l'élévation de température ΔT restent inchangés.

L'équilibre thermique du lubrifiant dans la rainure s'écrit :

$$\left(Q_e + Q_{f_1} + Q_{f_2} - Q_s\right) T_0 + Q_s T_s = Q_e T_e + Q_{f_1} T_{f_1} + Q_{f_2} T_{f_2}$$

Et la température d'entrée dans le film T_e et donnée par :

$$T_e = \frac{\left(Q_{r1} + Q_{r2} + Q_{f_1} + Q_{f_2}\right)T_0 + 2Q_s \Delta T}{Q_e + Q_{f_1} + Q_{f_2} - Q_s}$$

Cette relation est identique à la relation écrite pour une seule goujure en posant :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0 \quad \text{et} \quad Q_f = Q_{f_1} + Q_{f_2}$$

Ainsi le calcul des caractéristiques d'une butée peut s'effectuer par approches successives : à partir d'une viscosité $\mu°$ donnée pour une température T° choisie supérieure à la température d'alimentation ; on détermine le débit et le couple de la butée ; ce qui permet de calculer la température moyenne T_m du lubrifiant. Si $T° = T_m$ le calcul est correct ; si $T° \neq T_m$ on pose $T^1 = (T° + T_m)/2$ et on détermine une nouvelle viscosité afin de calculer de nouvelles valeurs des caractéristiques.

6 - COMPARAISON-THEORIE-EXPERIMENTATION

La théorie isotherme de la lubrification ne peut se vérifier qu'en utilisant un lubrifiant tel que l'eau pour lequel l'énergie dissipée par cisaillement est faible et conduit à un échauffement et à une diminution de viscosité peu importante.

6.1 BUTÉES À GÉOMÉTRIE FIXE : ÉTUDE ISOTHERME

Des essais ont été réalisés avec une butée à patins composés inclinés, lubrifiée à l'eau [7]. Le dispositif d'essais permet d'obtenir des charges et des vitesses variables. Le couple et l'épaisseur du film sont mesurés.

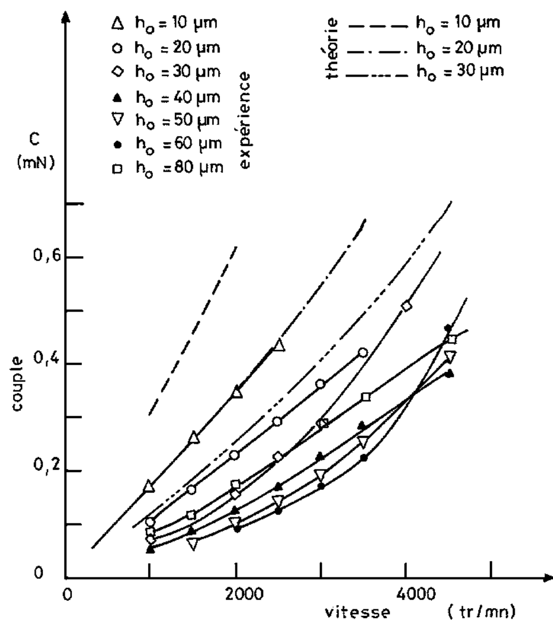


Fig. 17 : Variation du couple avec la vitesse pour différentes valeurs de l'épaisseur minimale du film.

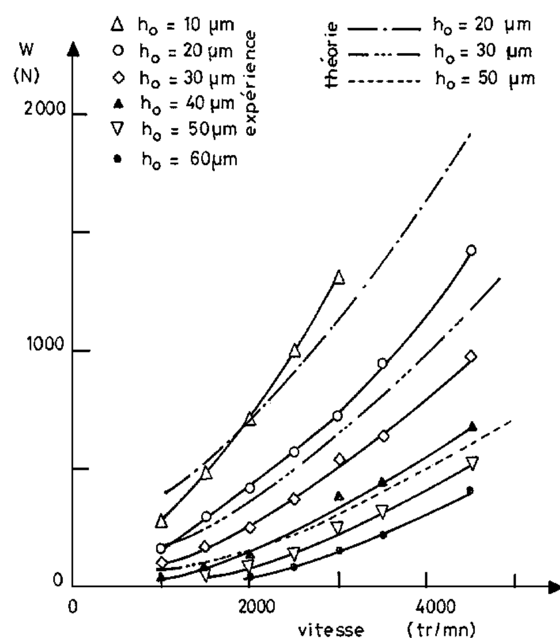


Fig. 18 : Variation de la charge avec la vitesse pour différentes valeurs de l'épaisseur minimale du film.

Les figures 17 et 18 montrent la variation du couple et de la charge avec la vitesse de rotation. L'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales est expliqué par une erreur d'étalonnage des capteurs de mesure d'épaisseur de film. En ajoutant 10 µm aux valeurs d'épaisseur de film mesurées, on obtient une bonne correspondance entre les résultats théoriques et expérimentaux.

6.2 - BUTÉES À GÉOMÉTRIE FIXE : EFFETS THERMIQUES

Les températures et les pertes, calculées par une méthode adiabatique ne prenant pas en compte les échanges thermiques et faisant l'hypothèse que toute l'énergie dissipée est évacuée par le lubrifiant, sont comparées par ADVANI et GOHAR [8] avec celles mesurées sur une butée à patins composés, lubrifiés à l'huile dans les tableaux 4 et 5. T_O et T_S sont les moyennes des températures mesurées respectivement aux points 2, 4, 6 et 8 et 1, 3, 5 et 7 (figure 19).

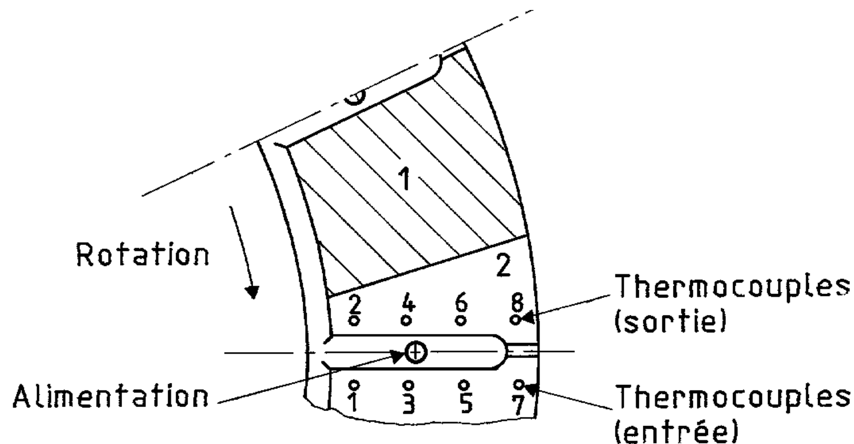


Figure 19 : d'après [8]

Les températures calculées sont plus élevées que celles mesurées. Cet écart est dû essentiellement au fait que les échanges thermiques ont été négligés.

La comparaison des épaisseurs de film, mesurées et calculées pour différentes charges, a été faite par STERNLICHT et MAGINNIS dans le cas d'une butée à patins composés [9]. L'écart entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées est le plus réduit pour la théorie prenant en compte une viscosité variable et un mélange d'huile à l'entrée du patin (figure 20).

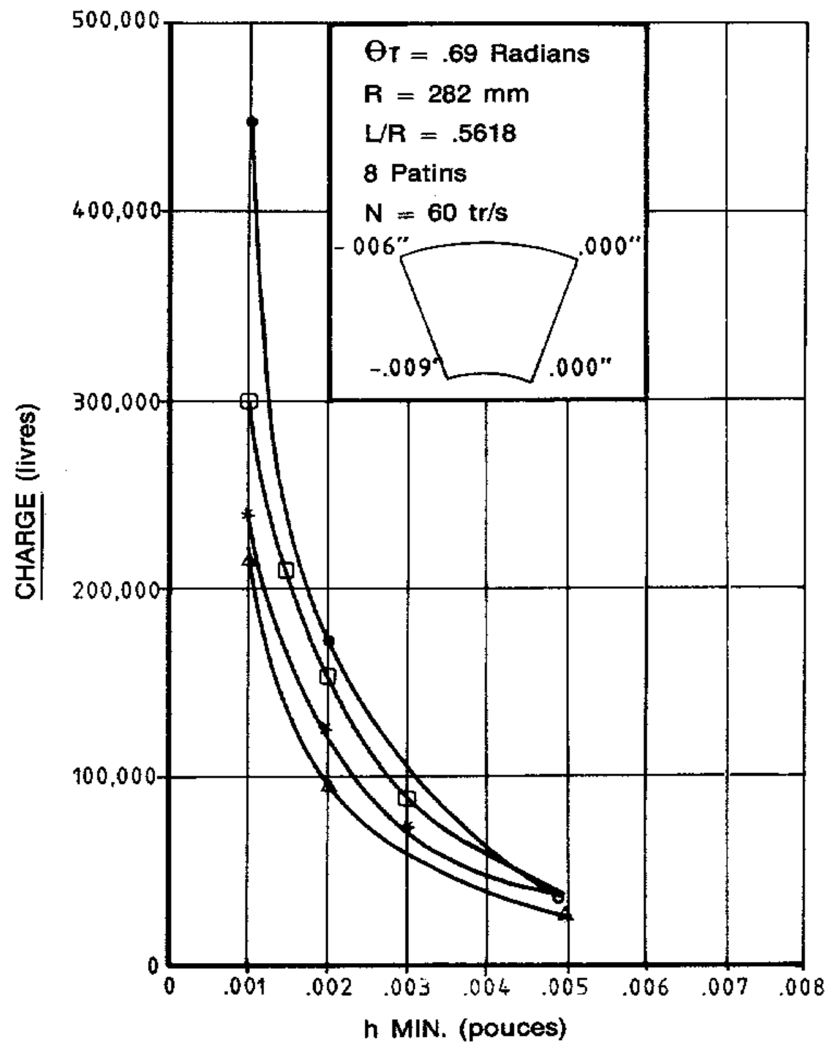
6.3 - BUTÉES À PATINS OSCILLANTS : ÉTUDE ISOTHERME

La comparaison des coefficients de frottement mesurés et calculés pour une butée à patins oscillants a été effectuée par DOWSON [10]. On constate que la théorie bidimensionnelle conduit à sous-estimer le couple de frottement de 50 % environ. La théorie tridimensionnelle donne des résultats plus réalistes (figure 21).

Pour ces essais, la théorie isotherme est applicable car les conditions de fonctionnement correspondent à une dissipation d'énergie peu importante.

6.4 - BUTÉES À PATINS OSCILLANTS : EFFETS THERMIQUES

Pour des conditions de fonctionnement plus proches de celles rencontrées habituellement, il est nécessaire d'utiliser des théories prenant en compte la variation de température de l'huile, les différents échanges thermiques et la déformation des patins.



o μ constant à 130° : ΔT =15°
Δ Essais
● Energie/Reynolds température d'entrée 115°
* Energie/Reynolds température de mélange

Figure 20 : Variation de la charge en fonction de l'épaisseur du film (ref. : [9])

Tableau 4 : Charge = 300 lbf (136 kN) ; nombre de patins = 12 ; huile SAE 30 (ref : [8])

Essai n°	**1**	**2**	**3**	**4**
Vitesse tr/mn	20 000	25 000	30 000	33 000
Essais				
T_1 °F	178.5	179.6	174.4	188.5
T_0 °F	183.9	185.2	181.2	197.4
T_s °F	193.1	195.8	193.1	211.1
HP	2.00	3.33	5	5.22
Théorie				
T_1 °F	199.0	191.8	186.9	199.8
T_0 °F	200.0	203.6	198.9	210.5
T_s °F	203.0	207.0	202.3	214.0
HP	2.8	3.93	5.39	5.75
hb in 10^{-3}	1.3	1.4	1.6	1.53

Tableau 5 : Charge = 500 lbf (227 kN) ; nombre de patins = 12 ; huile SAE 30 (ref : [8])

Essai n°	**1**	**2**	**3**	**4**
Vitesse tr/mn	20 000	25 000	30 000	33 000
Essai				
T_1 °F	186.6	190.2	189.5	200.3
T_0 °F	199.6	203.2	204.6	213.1
T_s °F	221.6	226.4	232.7	241.7
HP	2.5	3.74	6.0	5.78
Théorie				
T_1 °F	201.0	205.8	200.5	213.0
T_0 °F	217.0	223.4	218.5	232.0
T_s °F	220.0	227.6	223.0	235.0
HP	3.11	4.18	5.77	6.1
hb in 10^{-3}	0.92	1.00	1.13	1.1

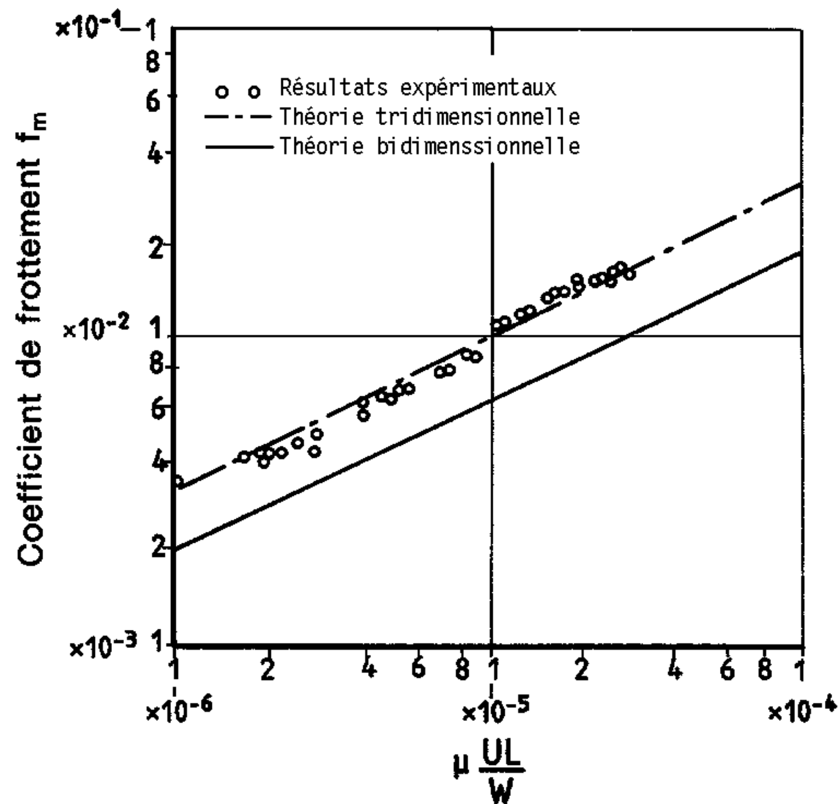


Figure 21 : Variation du coefficient de frottement (ref. [10])

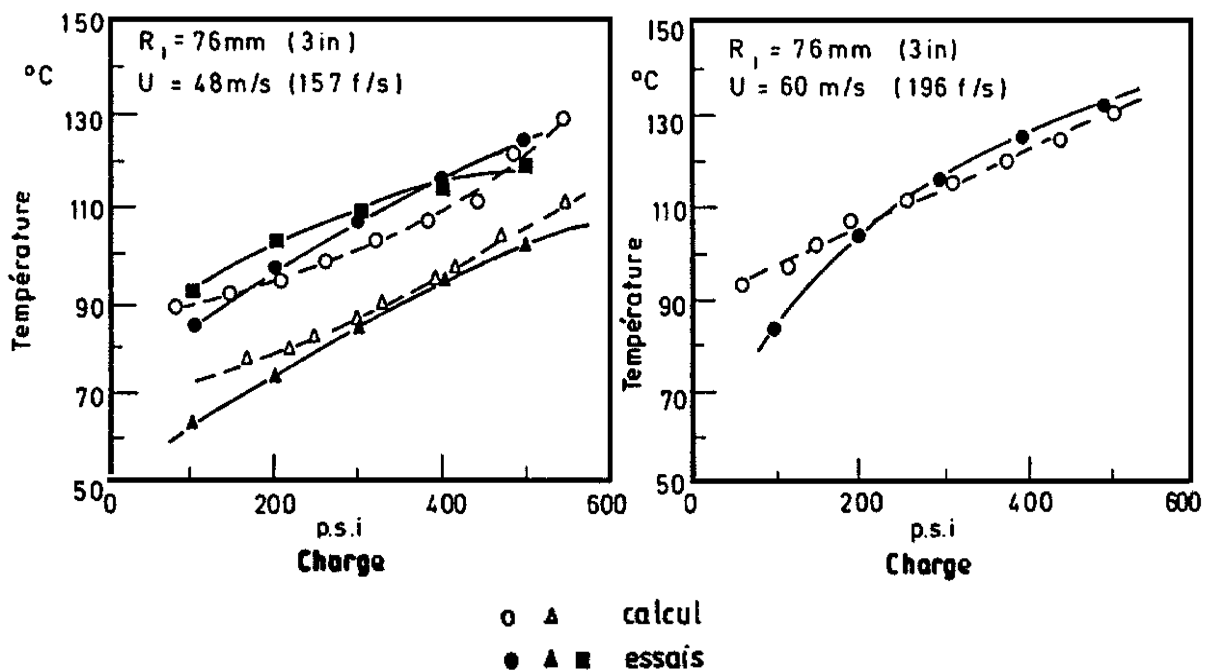


Figure 22 :Variation de la température avec la charge (ref. [11] et [12])

ETTLES [11] a comparé ses résultats théoriques avec ceux obtenus par différents expérimentateurs et, en particulier, par GARDNER [12] et CAPITAO [13], figures 22 et 23.

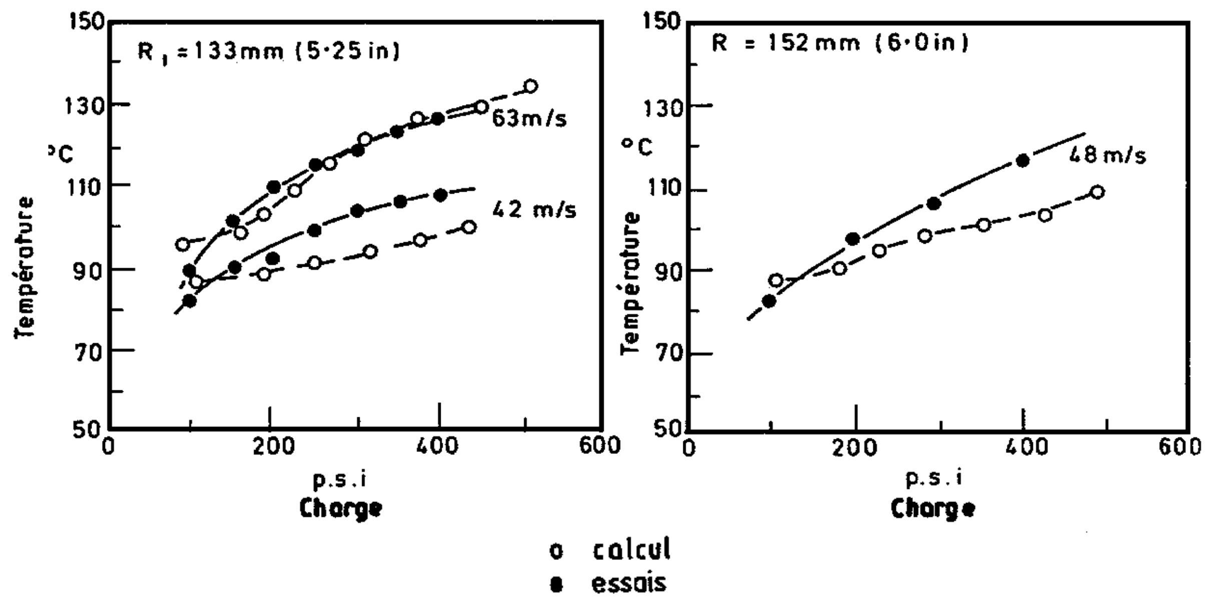


Figure 23 :Variation de la température avec la charge (Ref. : [11] et [13])

Tableau 6 : Ref. [14]

Unités	Charge MN	Vitesse tr/mn	ΔT calculé (°C)	ΔT mesuré (°C)
A	4	360	44.5	45/49
B	3	95	15.7	16.5
C	9.6	95	24.9	24/27
D	0.37	450	15.5	14.8
E	4	257	34.7	35
F	7.9	257	45.2	41
G	20.5	90	27	33
H	12	200	38.7	41

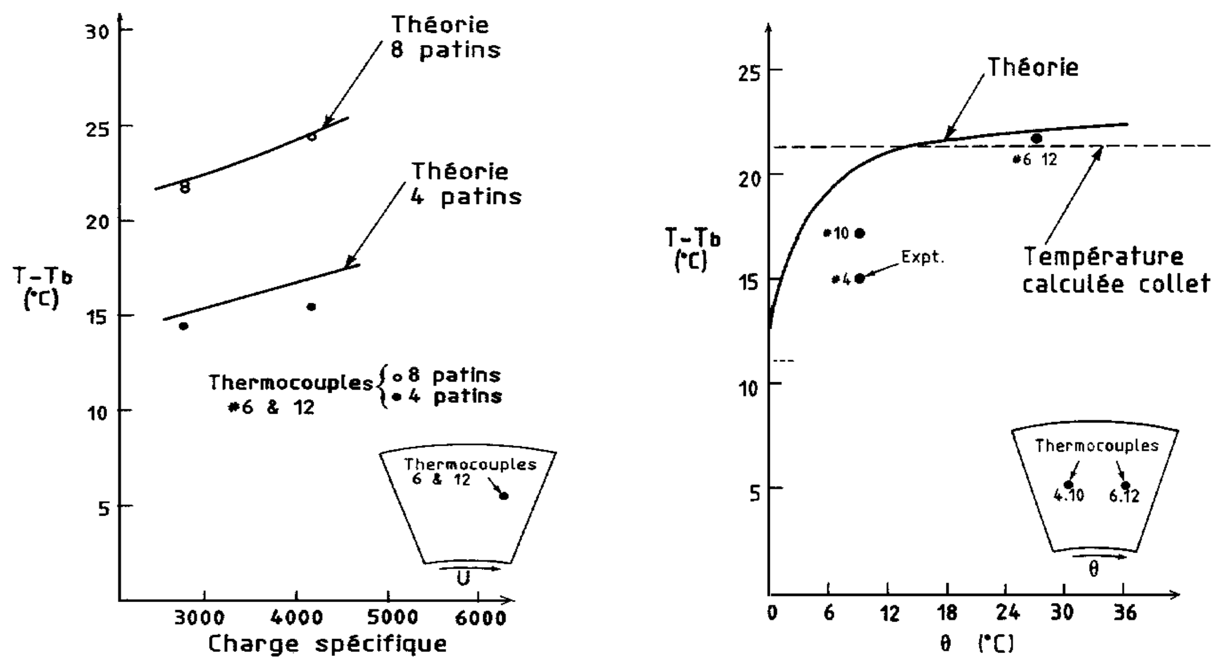


Figure 24 : Température dans la butée (Ref. [14])

L'utilisation du facteur de transfert d'huile chaude, développé par ETTLES peut conduire à des écarts avec des valeurs mesurées in situ. VOHR [14] a effectué une analyse approfondie des échanges thermiques et a comparé les résultats de sa théorie avec des essais effectués en laboratoire ou in situ (Figure 24 et tableau 6).

BIBLIOGRAPHIE

Une partie de ce chapitre a été publiée par Techniques de l'Ingénieur : J. FRENE, Paliers Hydrodynamiques, B 671 et B 671,1 (1982), complété et réédité en 1995.

[1] M.J. NEALE "Tribology handbook", Newnes-Butterworks, 2e édition (1975), p. A 15 – A 17.

[2] M.D. HERSEY "Theory and research in lubrication", Mc Graw Hill, N.Y. (1961), p. 56 – 67 et 124 – 134.

[3] O. PINKUS, B. STERNLICHT "Theory of hydrodynamic lubrication", Mc Graw Hill, N.Y. (1961), p. 56 – 67 et 124 – 134.

[4] J. O'CONNOR, J. BOYD "Standard handbook of lubrication engineering", Mac Graw Hill and ASLE (1968), p. 5.1 – 5.27.

[5] Engineering sciences data unit, Tribology, Volume 3, "Thrust bearing calculation", London.

[6] H.C. RIPPEL "Cast bronze thrust bearing design manuel", Cast Bronze bearing institute, Cleveland, 1967.

[7] J. FRENE "Tapered Land Thrust Bearing Operating in Both Laminar and Turbulent Regimes", ASLE – Transactions, vol. 21, n° 3, p. 243-249, juillet 1978.

[8] S. ADVANI – R. GOHAR "The taper land sector shaped thrust bearing", Journal of Science and Technology, vol. 38, n° 2, p. 83-90, 1971.

[9] B. STERNLIGHT – F.J. MAGINNIS "Application of Digital Computers to Bearing Design", Transactions of the ASME, 79, p. 1483-88, 1957.

[10] D. DOWSON "Laboratory experiments and demonstrations in tribology - hydrodynamic thrust bearing experiments", TRIBOLOGY p. 11-17, february 1969.

[11] C.M.M. ETTLES – S. ADVANI "The control of thermal and elastic effects in thrust bearings", "Thermal Effects in Tribology". Proceedings ot the 6th Leeds – Lyon Symposium on Tribology, p. 105-116, September 18-21 1979.

[12] W.W. GARDNER "Performance tests on six inch tilting pad thrust bearings", ASME paper 74 Lub. 13, 1974.

[13] J.W. CAPITAO – R.S. GREGORY – R.S. WHITFORD "Effects of high operating speeds on tilting pad thrust bearing performance", ASME Paper 75 Lub. 57, 1975.

[14] J.H. VOHR "Prediction of the operating temperature of thrust bearings", Journal of Lubrication Technology (ASME). Vol. 103, n° 1, p. 97-106, jan. 1981.